

# Mikroökonomik

## Das erste Wohlfahrtstheorem

Harald Wiese

Universität Leipzig

## Einführung

- Haushaltstheorie
- Unternehmenstheorie
- Haushaltstheorie 2
- Vollkommene Konkurrenz und Wohlfahrtstheorie
  - Vollkommene Konkurrenz
  - **Das erste Wohlfahrtstheorem**
  - Monetäre Bewertung von Umwelteinflüssen
- Marktformenlehre

- Pareto-Verbesserung und Pareto-Optimalität
- Das erste Wohlfahrtstheorem
  - Aussage des ersten Wohlfahrtstheorems
  - Optimalität im Tausch
  - Optimalität im Faktoreinsatz
  - Optimale Abstimmung von Produktion und Konsum
  - Zusammenfassung

Wie kann man die aggregierte Wirkung eines Gesetzes oder von

- Steueränderungen
- Subventionen
- Zöllen

messen?

- Nutzen addieren?  
—> Widerspruch zur ordinalen Nutzentheorie
- vielleicht geht es allen besser —> Pareto-Verbesserung

genauer:

Es geht einem besser,  
ohne dass irgendjemand schlechter gestellt ist.

Man akzeptiert dabei die Urteile der Menschen.  
Kein wohlwollender Diktator

Probleme:

- 1 Keine Unterscheidung, ob die Verbesserung Arme oder Reiche trifft
- 2 Pareto-verbessernde Gesetze wird man fast nie erreichen, wenn Millionen von Menschen betroffen sind.  
Deshalb ist die Anwendung in der Praxis beschränkt, in der Theorie jedoch weniger.

# Pareto-Effizienz = Pareto-Optimalität

= keine Pareto-Verbesserung möglich

## Problem

*Verteilung von 10 Flaschen Limonade:*

<i>Verteilung</i>	<i>Emily</i>	<i>Leonie</i>	<i>Moritz</i>
<i>A</i>	2	4	4
<i>B</i>	1	5	3
<i>C</i>	5	5	0
<i>D</i>	1	4	3

- 1 *Verteilung B ist eine Pareto-Verbesserung gegenüber D.*
- 2 *Verteilungen A und C sind Pareto-effizient.*
- 3 *Eine Pareto-effiziente Verteilung kann keine Pareto-Verbesserung gegenüber einer anderen Pareto-effizienten Verteilung sein.*

# Das erste Wohlfahrtstheorem

Aussage des ersten Wohlfahrtstheorems

## Theorem

*Ein System vollkommener Wettbewerbsmärkte ist Pareto-effizient.*

Beweis in drei Teilen:

- Pareto-Optimalität im Tausch
- Pareto-Optimalität in der Produktion
- Pareto-Optimalität des Produktmixes

Annahmen:

- „schön gekrümmte“ Indifferenzkurven, Isoquanten, Produktionsmöglichkeitenkurven, etc.
- Monotonie der Präferenzen

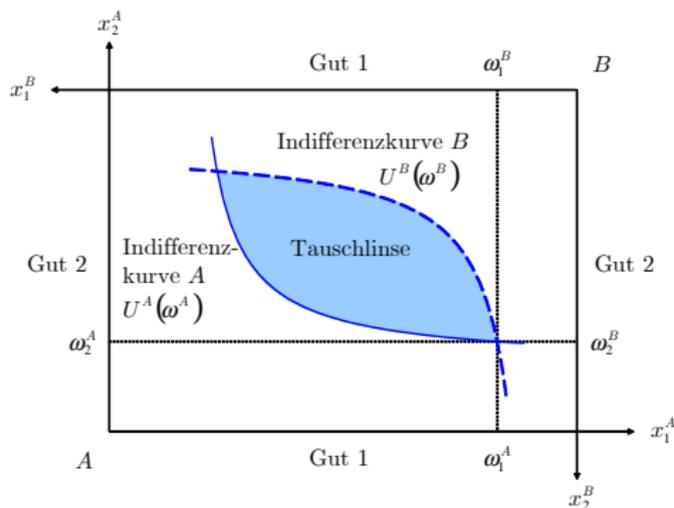
# Optimalität im Tausch

## Annahmen

- 2-Personen-2-Güter-Fall
- Anfangsausstattungen
  - Individuum  $A$  besitzt  $\omega^A = (\omega_1^A, \omega_2^A)$ ,
  - Individuum  $B$  besitzt  $\omega^B = (\omega_1^B, \omega_2^B)$ .
- Nutzenfunktionen  $U^A$  bzw.  $U^B$

# Optimalität im Tausch

## Tausch-Edgeworth-Box



- Ein Punkt = Allokation
- Breite =  $\omega_1^A + \omega_1^B$
- Höhe =  $\omega_2^A + \omega_2^B$
  
- Präferenzen  
Welche Allokationen besser (für wen?) als  $\omega$ ?

# Optimalität im Tausch

Optimalität im Tausch impliziert

$$\left| \frac{dx_2^A}{dx_1^A} \right| = MRS^A \stackrel{!}{=} MRS^B = \left| \frac{dx_2^B}{dx_1^B} \right|,$$

denn wäre

$$\left| \frac{dx_2^A}{dx_1^A} \right| = MRS^A < MRS^B = \left| \frac{dx_2^B}{dx_1^B} \right|.$$

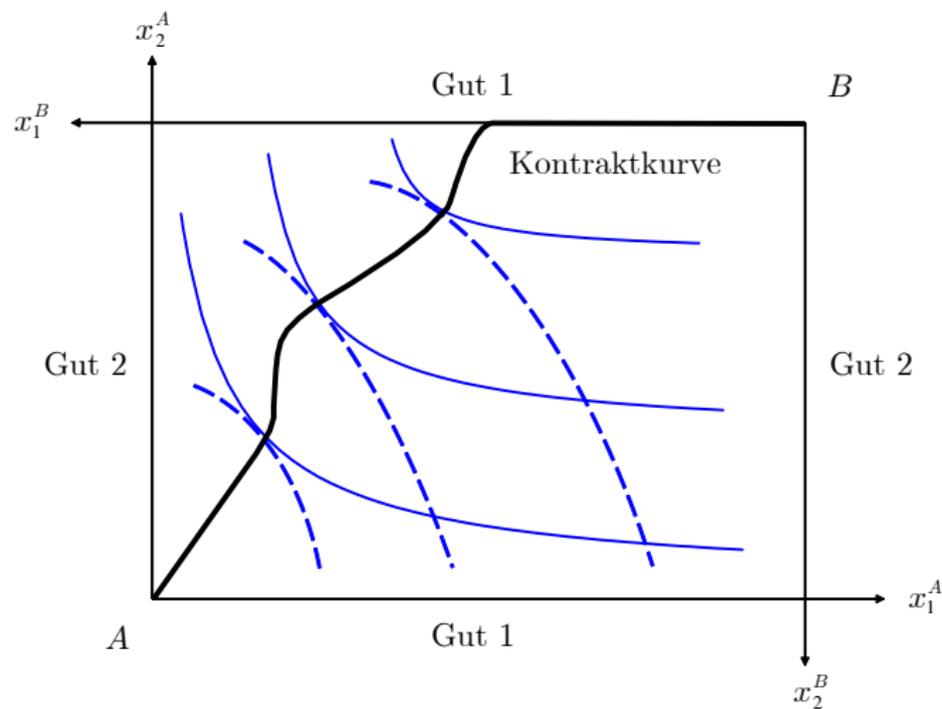
so könnte  $A$  eine kleine Einheit von Gut 1

- an  $B$  geben (?) oder
- von  $B$  bekommen (?)

**Kontraktkurve** oder Tauschgerade: Geometrischer Ort aller Pareto-Optima in der Tausch-Edgeworth-Box

# Optimalität im Tausch

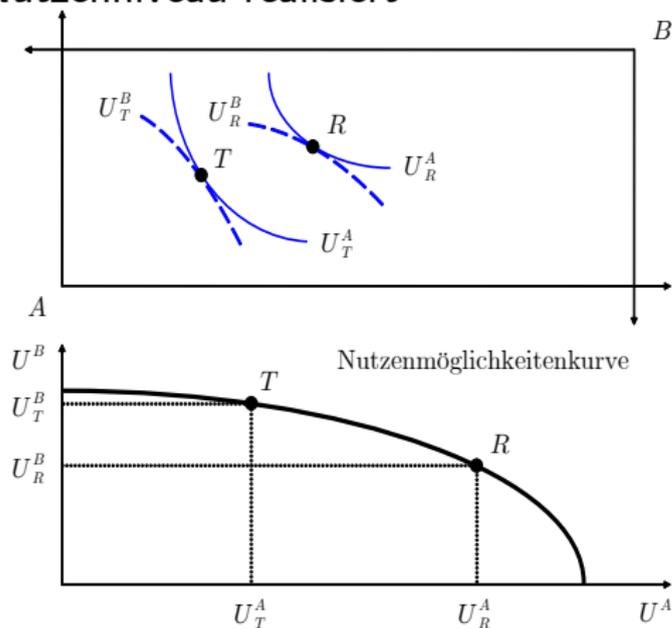
## Kontraktkurve



# Optimalität im Tausch

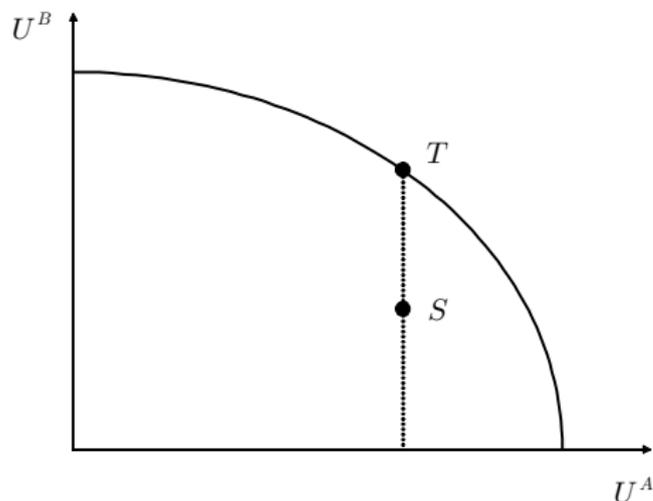
## Nutzenmöglichkeitskurve

höchstes Nutzenniveau für  $B$ , wenn  $A$  bestimmtes festes Nutzenniveau realisiert



# Optimalität im Tausch

## Nutzenmöglichkeitskurve



### Problem

*Sind die Punkte  $S$  und  $T$  Pareto-optimal?*

# Optimalität im Tausch

- Im Haushaltsoptimum gilt für jeden der beiden Haushalte:

**Grenzrate der Substitution  $\stackrel{!}{=} \text{Preisverhältnis}$ .**

- Daraus folgt:

$$MRS^A \stackrel{!}{=} \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} MRS^B.$$

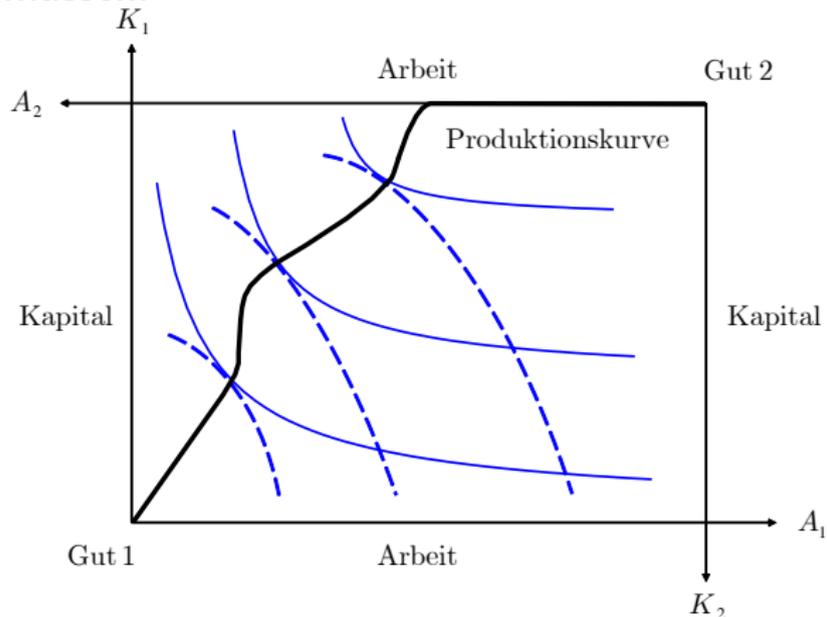
*Gerade diese Gleichheit ist jedoch die Bedingung für Tauschoptimalität!*

- Erster Beweisteil erledigt!

# Optimalität im Faktoreinsatz

## Produktions-Edgeworth-Box

**Effiziente Produktion:** keine weitere Einheit von Gut 1 kann produziert werden, ohne auf die Produktion von Gut 2 verzichten zu müssen.



# Optimalität im Faktoreinsatz

Optimalität im Faktoreinsatz impliziert

$$\left| \frac{dK_1}{dA_1} \right| = MRTS_1 \stackrel{!}{=} MRTS_2 = \left| \frac{dK_2}{dA_2} \right|,$$

denn wäre

$$\left| \frac{dK_1}{dA_1} \right| = MRTS_1 > MRTS_2 = \left| \frac{dK_2}{dA_2} \right|,$$

so könnte eine kleine Einheit Arbeit

- anstelle von Produkt 1 bei Produkt 2 (?) oder
- anstelle von Produkt 2 bei Produkt 1 (?)

eingesetzt werden.

**Produktionskurve:** geometrischer Ort der Kombinationen aus Kapital und Arbeit, die die Gleichheit der Grenzraten der technischen Substitution erfüllen

# Optimalität im Faktoreinsatz

- Kostenminimierung impliziert

**Grenzrate der techn. Substitution  $\stackrel{!}{=} \text{Faktorpreisverhältnis.}$**

- Daraus folgt:

$$MRTS_1 = \left| \frac{dK_1}{dA_1} \right| \stackrel{!}{=} \frac{w_A}{w_K} = \left| \frac{dK_2}{dA_2} \right| = MRTS_2$$

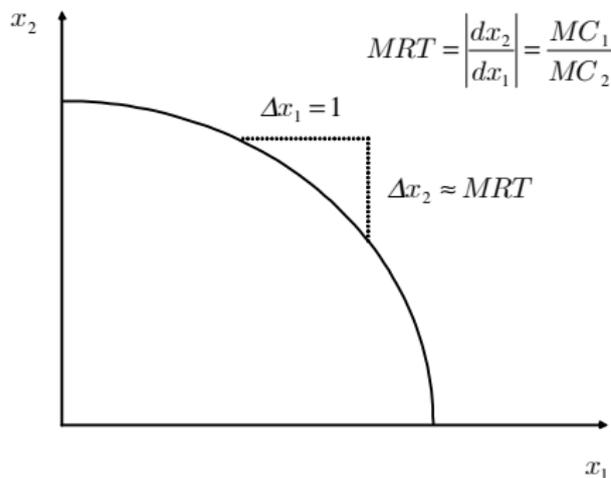
*Gerade diese Gleichheit ist jedoch die Bedingung für Optimalität im Faktoreinsatz!*

- Zweiter Beweisteil erledigt!

# Optimale Abstimmung von Produktion und Konsum

Produktionsmöglichkeitenkurve = Transformationskurve

- Kontraktkurve  $\rightarrow$  Nutzenmöglichkeitenkurve
  - Produktionskurve  $\rightarrow$  Produktionsmöglichkeitenkurve
- anderes Beispiel:  $x_2 = 1.000 - \frac{1}{5}x_1$



# Optimale Abstimmung von Produktion und Konsum

Produktionsmöglichkeitenkurve und Transformationsrate

**Transformationsrate** (marginal rate of transformation =  $MRT$ ):

Interpretation:

Auf wie viele Einheiten von Gut 2 muss man verzichten, um eine Einheit von Gut 1 mehr produzieren zu können?

$MRT$  = Verhältnis der Grenzkosten:

- Keine Kostenänderung entlang der Produktionskurve:

$$C(x_1, x_2) = C(x_1, f(x_1)) = \text{konstant}$$

- Ableitung liefert

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} + \frac{\partial C}{\partial x_2} \frac{df(x_1)}{dx_1} = 0$$

und somit

$$MRT = \left| \frac{df(x_1)}{dx_1} \right| = \frac{MC_1}{MC_2}$$

# Optimale Abstimmung von Produktion und Konsum

Optimaler Produktionsmix impliziert

$$\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{\text{Prod'möglichkeitenkurve}} = MRT \stackrel{!}{=} MRS = \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{\text{Indifferenzkurve}}$$

denn wäre

$$\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{\text{Prod'möglichkeitenkurve}} > \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{\text{Indifferenzkurve}}$$

so könnte eine kleine Einheit von Gut 1

- zusätzlich produziert und konsumiert werden (?) oder
- weniger produziert und konsumiert werden (?).

# Optimale Abstimmung von Produktion und Konsum

- Bei vollkommener Konkurrenz

$$\text{Preis} \stackrel{!}{=} \text{Grenzkosten}$$

- Daraus folgt:

$$MRT = \frac{MC_1}{MC_2} \stackrel{!}{=} \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} MRS.$$

*Gerade diese Gleichheit ist jedoch die Bedingung für die optimale Abstimmung von Produktion und Konsum.*

- Dritter Beweisteil erledigt!

# Zusammenfassung der drei Beweisteile

<b>Pareto-Optimalität verlangt</b>	<b>bei vollkommener Konkurrenz gilt</b>
$MRS^A \stackrel{!}{=} MRS^B$ Optimalität im Tausch	$MRS^A \stackrel{!}{=} \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} MRS^B$
$MRTS_1 \stackrel{!}{=} MRTS_2$ Optimalität in der Produktion	$MRTS_1 \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} \stackrel{!}{=} MRTS_2$
$MRS \stackrel{!}{=} MRT$ Optimaler Produktmix	$MRS \stackrel{!}{=} \frac{p_1}{p_2} \stackrel{!}{=} \frac{MC_1}{MC_2} \stackrel{!}{=} MRT$

## Aufgabe M.4.1.

Edgeworth-Box mit identischen Nutzenfunktionen  $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$   
 $\omega^A = (10, 90)$ ,  $\omega^B = (90, 10)$ .

- a) Edgeworth-Box zeichnen!
- b) Kontraktkurve bestimmen und einzeichnen!
- c) Bestes Güterbündel, das Individuum  $B$ , ausgehend von seiner Anfangsausstattung, durch freiwilligen Tausch erreichen kann?
- d) Graphisch, ausgehend von der Anfangsausstattung:
  - Menge der Pareto-Verbesserungen (Tauschlinie),
  - Menge der Pareto-effizienten Pareto-Verbesserungen
- e) Nutzenmöglichkeitenkurve analytisch?