Universität Leipzig

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät

BACHELOR – PRÜFUNG

DATUM: **24. Februar 2017**

FACH: **Mikroökonomik**
KLAUSURDAUER: 90 Min

PRÜFER: **Prof. Dr. Harald Wiese**

MATRIKEL-NR.:

STUDIENGANG:

NAME, VORNAME:

UNTERSCHRIFT DES STUDENTEN:

ERLÄUTERUNGEN:

Maximal erreichbare Punkte: 80
Lesen Sie die Aufgabenstellung vor dem Bearbeiten gründlich!
Schreiben Sie, bitte, leserlich!
Begründen Sie Ihre Antworten!
Machen Sie jeweils Ihren Rechenweg deutlich!
Sollte der Platz unter den Fragen nicht ausreichen,
verwenden Sie bitte jeweils die Rückseite!
Hilfsmittel: keine

	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$
PUNKTE:									

NOTE:

Unterschrift des Prüfers/der Prüfer:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Haushalt besitze Präferenzen für Güterbündel (x_1, x_2), die durch die Nutzenfunktion

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$$

abgebildet werden.

Bestimmen Sie analytisch die Engelkurve für Gut 2 und zeichnen Sie sie in ein geeignetes Diagramm!

Lösungsvorschlag:

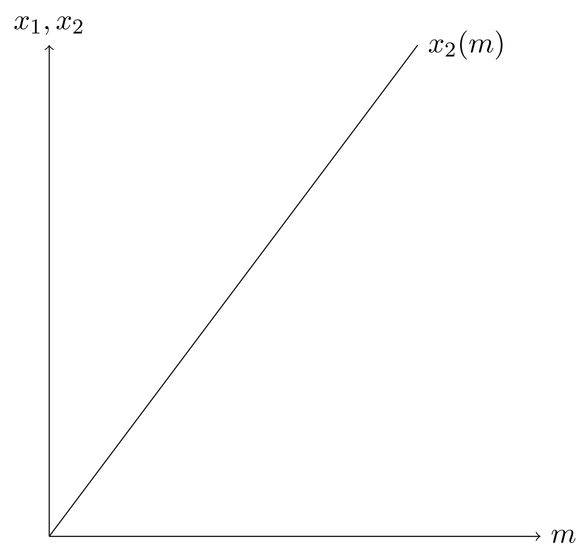
Die Optimalitätsbedingung lautet $x_1 = 2x_2$. Wir setzen diese in die Budgetgerade $m = p_1x_1 + p_2x_2$ ein, und erhalten

$$m = 2p_1x_2 + p_2x_2$$

und daraus die Engelkurve für Gut 2

$$x_2(m) = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

In der Abbildung ist die Menge des jeweiligen Gutes in Abhängigkeit des Einkommens dargestellt.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Beurteilen Sie die folgenden Aussagen! Falsche Antworten werden mit richtigen Antworten verrechnet! Es ist jeweils nur eine Antwortmöglichkeit zutreffend und es ist keine Begründung notwendig!

Im Haushaltsoptimum gilt für strikt monotone und strikt konkave Präferenzen $MRS = MOC$.	wahr falsch	o o
Bei strikt monotonen Präferenzen liegt das Haushaltsoptimum stets auf der Budgetgeraden.	wahr falsch	o o
Die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3) = 1 + x_1 + x_2 + x_3$ und $U_2(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{1+x_1+x_2+x_3}$ sind äquivalent.	wahr falsch	o o
Konsumiert der Haushalt im Optimum von Gut 1 die Menge $x_1(m, p_1, p_2) = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}$, handelt es sich bei Gut 1 um ein gewöhnliches Gut.	wahr falsch	o o
Enthält Güterbündel B von allen Gütern mehr als Güterbündel A, dann wird B gegenüber A bei strikt monotonen Präferenzen selbst dann präferiert, wenn A in der Budgetmenge liegt und B nicht.	wahr falsch	o o

Lösungsvorschlag:

Im Haushaltsoptimum gilt für strikt monotone und strikt konkave Präferenzen $MRS = MOC$.	wahr falsch	 x
Bei strikt monotonen Präferenzen liegt das Haushaltsoptimum stets auf der Budgetgeraden.	wahr falsch	x
Die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3) = 1 + x_1 + x_2 + x_3$ und $U_2(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{1+x_1+x_2+x_3}$ sind äquivalent.	wahr falsch	 x
Konsumiert der Haushalt im Optimum von Gut 1 die Menge $x_1(m, p_1, p_2) = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}$, handelt es sich bei Gut 1 um ein gewöhnliches Gut.	wahr falsch	x
Enthält Güterbündel B von allen Gütern mehr als Güterbündel A, dann wird B gegenüber A bei strikt monotonen Präferenzen selbst dann präferiert, wenn A in der Budgetmenge liegt und B nicht.	wahr falsch	x

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Gegeben ist die Lotterie $L = \left[8, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. Katrin hat die Wahl, entweder die Lotterie zu spielen oder einen festen Gewinn von 2 entgegenzunehmen. Ihre Nutzenfunktion ist gegeben durch $u(x) = x^a$, wobei $a > 0$ unbekannt ist. Welchen Wert müsste a annehmen, damit Katrin gerade indifferent ist zwischen der Lotterie und dem sicheren Betrag von 2?

Wie hoch ist in diesem Fall das Sicherheitsäquivalent?

Lösungsvorschlag

Katrin ist indifferent, wenn $E_u(L) = u(2)$ gilt. Wir haben

$$E_u(L) = \frac{1}{2} \cdot 8^a + \frac{1}{2} \cdot 0^a = \frac{8^a}{2}$$

und $u(2) = 2^a$. Dementsprechend erhalten wir das gesuchte a durch Umstellen der Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{8^a}{2} &= 2^a \\ \Leftrightarrow \frac{8^a}{2^a} &= 2 \\ \Leftrightarrow 4^a &= 2 \\ \Leftrightarrow a &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

In diesem Fall ist $CE = 2$, da für das Sicherheitsäquivalent gelten muss $E_u(L) = u(CE)$ und außerdem gegeben ist $u(2) = E_u(L)$.

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Ein Unternehmen besitzt die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1^2 \cdot x_2^3$. Die Faktorpreise sind gegeben durch $w_1 = 2$ und $w_2 = 3$.
Bestimmen Sie die Minimalkostenkombination! Wie lautet die Kostenfunktion?

Lösungsvorschlag

Die Optimierungsbedingung lautet

$$MRTS \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2}.$$

Mit $MRTS = \frac{2x_1x_2^3}{3x_1^2x_2^2} = \frac{2x_2}{3x_1}$ und $\frac{w_1}{w_2} = \frac{2}{3}$ erhalten wir

$$\frac{2x_2}{3x_1} = \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x_2 = x_1.$$

Wir setzen dies in die Produktionsfunktion ein

$$y = x_1^5 = x_2^5,$$

um die Minimalkostenkombination zu erhalten:

$$x_1(y) = x_2(y) = y^{\frac{1}{5}}.$$

Die Kostenfunktion lautet dann:

$$\begin{aligned} C(y) &= w_1x_1(y) + w_2x_2(y) \\ &= 5y^{\frac{1}{5}}. \end{aligned}$$

Aufgabe 5 (12 Punkte)

In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion

$$u_A(x_1^A, x_2^A) = 2x_1^A + x_2^A$$

und Akteur B die Nutzenfunktion

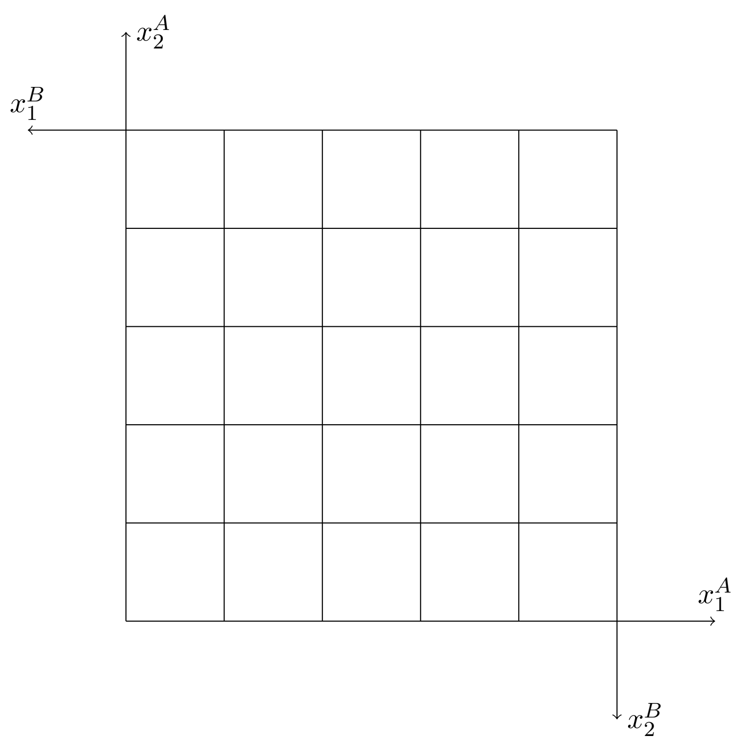
$$u_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + x_2^B.$$

Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (20, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (30, 40)$.

(a) Zeichnen Sie die Tausch-Edgeworth-Box zu dieser Situation möglichst exakt in das beigefügte Raster ein! Beschriften Sie die eingezeichneten Objekte hinlänglich! Ihre Zeichnung sollte zumindest die folgenden Objekte abbilden:

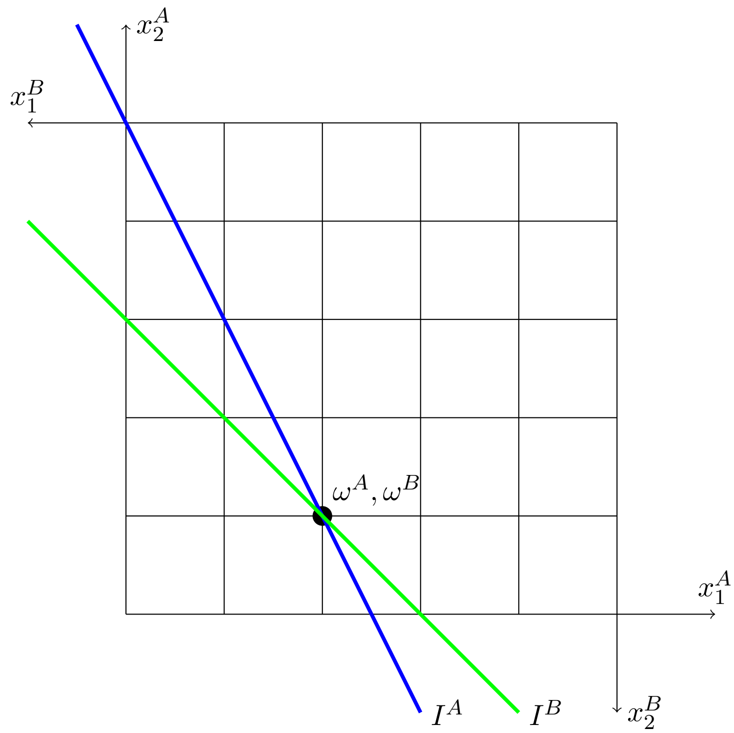
- die Anfangsausstattungen ω^A beziehungsweise ω^B der beiden Akteure;
- die Indifferenzkurve für jeden Akteur, die durch die Anfangsausstattung verläuft;
- die Bessermenge des Akteurs A bezüglich der Anfangsausstattung (das ist die Menge aller Punkte $\left(x_1^A, x_2^A\right)$, für die $u^A\left(x_1^A, x_2^A\right) \geq u^A\left(\omega_1^A, \omega_2^A\right)$ gilt);
- die Tauschlinse.

(b) Sind die Allokationen $P = ((10, 30), (40, 20))$ und $Q = ((0, 0), (50, 50))$ Pareto-optimal (Das erste Tupel beschreibt die Gütermengen von Agent A, das zweite Tupel die Gütermengen von Agent B)? Stellt Q eine Pareto-Verbesserung gegenüber P dar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!



Lösungsvorschlag:

(a)



Die Bessermenge von Agent A befindet sich rechts oberhalb (und direkt auf) seiner Indifferenzkurve. Die Tauschlinse ist das Dreieck, dass rechts unterhalb der Anfangsausstattung von beiden Indifferenzkurven eingeschlossen wird.

(b) Der Punkt P ist nicht Pareto-optimal. Wandert man zum Beispiel auf der Indifferenzkurve von A nach rechts unten, wird A nicht schlechter und B besser gestellt.

Der Punkt Q ist Pareto-optimal. In diesem Fall hat Agent B die gesamte vorhandene Menge von beiden Gütern und A gar nichts. Ein Tausch impliziert, dass B von mindestens einem Gut etwas abgibt, ohne etwas zu erhalten. Da die Präferenzen von B monoton sind, geht jeder mögliche Tausch (zwar mit einer Besserstellung von A, aber auch) mit einer Schlechterstellung von B einher.

Allokation Q ist zwar Pareto-optimal, aber keine Pareto-Verbesserung zu P, da A schlechter gestellt wird.

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Bimatrixspiel, in dem die Auszahlungen des Spielers 1 links und die Auszahlungen des Spielers 2 rechts eingetragen sind:

		Spieler 2	
		l	r
Spieler 1	o	$3, 7$	$4, 6$
	u	$5, 6$	$5, 7$

(a) Ist die Strategiekombination (u, r) ein Nash-Gleichgewicht? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(b) Ist für Spieler 2 Strategie r eine dominante Strategie? Begründen Sie, indem Sie die relevante(n) Ungleichung(en) angeben!

(c) Ist die Strategiekombination (u, r) Pareto-optimal? Begründen Sie!

Lösungsvorschlag:

(a) Ja, denn $5 \geq 4$ und $7 \geq 6$.

(b) Nein, denn $6 < 7$.

(c) Ja, denn (o, l) und (o, r) stellen den Zeilenspieler schlechter $(5 > 4 > 3)$, (u, l) stellt den Spaltenspieler schlechter $(7 > 6)$.

Aufgabe 7 (12 Punkte)

Zwei Unternehmen, A und B, bieten auf einem Markt dasselbe Gut an. Dabei legt Unternehmen A zunächst seine Angebotsmenge x_A fest. Unternehmen B kann diese Menge beobachten und entscheidet danach über seine Angebotsmenge x_B.

Die Gesamtnachfrage auf diesem Markt ist durch die inverse Nachfragefunktion $p(X) = 12 - X$ gegeben, wobei $X = x_A + x_B$. Die Kosten von Unternehmen A betragen $C_A(x_A) = \frac{1}{2}x_A^2$. Unternehmen B hat konstante Durchschnittskosten in Höhe von 4.

(a) Bestimmen Sie die Reaktionsfunktion von Unternehmen B!

(b) Ermitteln Sie die im Stackelberg-Gleichgewicht angebotenen Mengen!

Lösungsvorschlag:

(a) Die Gewinnfunktion von Unternehmen B lautet

$$\begin{aligned}\Pi_B(x_A, x_B) &= p(X) \cdot x_B - C_B(x_B) \\ &= (12 - x_A - x_B)\, x_B - 4x_B.\end{aligned}$$

Zum Zweck der Gewinnmaximierung, wird die Funktion abgeleitet und null gesetzt:

$$\frac{\partial \Pi_B}{\partial x_B} = 12 - x_A - 2x_B - 4 \stackrel{!}{=} 0.$$

Die Reaktionsfunktion ergibt sich durch Umformen nach x_B:

$$x_B^R(x_A) = 4 - \frac{1}{2}x_A.$$

(b) Nach Einsetzen der in (a) erhaltenen Reaktionsfunktion folgt die reduzierte Gewinnfunktion für Unternehmen A:

$$\begin{aligned}\Pi_A(x_A, x_B(x_A)) &= \left[12 - x_A - \left(4 - \frac{1}{2}x_A\right)\right] x_A - \frac{1}{2}x_A^2 \\ &= \left(8 - \frac{1}{2}x_A\right) x_A - \frac{1}{2}x_A^2\end{aligned}$$

Um das Gewinnmaximum zu finden, wird die Funktion abgeleitet und null gesetzt:

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial x_A} = 8 - 2x_A \stackrel{!}{=} 0$$

und es ergibt sich die Stackelbergmenge $x_A^S = 4$ für Unternehmen A. Die von Unternehmen B angebotene Stackelbergmenge folgt mithilfe der Reaktionsfunktion:

$$x_B^S = x_B^R\left(x_A^S\right) = x_B^R(4) = 2.$$

Bemerkung: Dies ist nicht das Stackelberg-Gleichgewicht!

Aufgabe 8 (11 Punkte)

Zwei Unternehmen A und B haben die folgenden Gewinnfunktionen:

$$\Pi^A(x) = 36x - x^2,$$

$$\Pi^B(x, y) = 16y - y^2 - xy,$$

wobei x die Ausbringungsmenge von Unternehmen A und y die Ausbringungsmenge von Unternehmen B beschreibt.

(a) Welche Art von externen Effekten tritt auf (einseitig, zweiseitig, positiv, negativ)? Begründen Sie!

(b) Wie lauten die Aktivitätsniveaus der beiden Unternehmen im Gleichgewicht (bei Schadensrecht)?

Lösungsvorschlag:

(a) Der externe Effekt ist einseitig (von A zu B) und negativ, denn $\frac{\partial \Pi^A}{\partial y} = 0$ und $\frac{\partial \Pi^B}{\partial x} = -y < 0$.

(b) Gewinnmaximierung von Unternehmen A erfordert

$$\frac{\partial \Pi^A}{\partial x} = 36 - 2x \stackrel{!}{=} 0,$$

also gilt im Gleichgewicht $x^* = 18$. Der Grenzgewinn von Unternehmen B ist gegeben durch

$$\frac{\partial \Pi^B}{\partial y} = 16 - 2y - x$$

Mit $x = 18$ folgt $\frac{\partial \Pi^B}{\partial y} < 0$ und somit $y^* = 0$.